
РАДИОТЕХНИЧНИ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.391

**НЕКАУЗАЛЬНАЯ ДВУХЭТАПНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ
ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ НАБЛЮДЕНИЙ
С АНОМАЛЬНЫМИ ОШИБКАМИ**

*Вишневый С. В., ассистент, Жук С. Я., д.т.н. профессор,
Павлюченкова А. Н., магистрант*

*Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт», Киев, Украина*

**NONCAUSAL TWO-STAGE IMAGE FILTRATION AT PRESENCE
OF OBSERVATIONS WITH ANOMALOUS ERRORS**

*Vishnevyyi S. V., assistant; Zhuk S. Ya., Doc. Of Sci (Technics), Prof.;;
Pavliuchenkova A. N., undergraduate student*

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

Вступление. Постановка задачи

При формировании изображений возможно появление наблюдений, либо не содержащих полезной информации, либо содержащих результаты со значительно большими аномальными ошибками по сравнению с обычным механизмом формирования результатов. Их причиной могут быть резкие изменения условий формирования изображений, вызванных внешней средой, воздействие помех, отказы оборудования.

Применение статистических оптимальных двумерных алгоритмов обработки изображений, содержащих области с аномальными ошибками наблюдений, требует больших вычислительных затрат при их практической реализации.

В [1] для обработки однородных изображений, искаженных однородной гауссовской помехой, предложен подход, основу которого составляет разбиение задачи фильтрации изображения на два этапа: на первом этапе выполняется одномерная фильтрация вдоль строк и столбцов изображения, с последующим объединением полученных данных на втором этапе. Применение однородных фильтров, параметры которых выбраны в предположении отсутствия на изображении областей с аномальными ошибками наблюдений, не позволяет эффективно выполнить фильтрацию аномальной помехи. Поэтому актуальной задачей является разработка адаптивных алгоритмов фильтрации, которые способны определять участки, искаженные аномальной помехой и применять для ее подавления фильтр с соответствующими параметрами.

Цель статьи. В статье на основе метода, разработанного в [2], получен адаптивный алгоритм некаузальной двухэтапной фильтрации изображений при наличии наблюдений с аномальными ошибками.

Разработка адаптивного алгоритма некаузальной двухэтапной фильтрации изображений при наличии наблюдений с аномальными ошибками

Положим, что обрабатываемое изображение представляет собой текстурную область, которая может быть представлена как реализация гауссовского марковского случайного поля [3]. Обрабатываемое изображение содержит участки, искаженные некоррелированной гауссовской помехой с различными параметрами.

Ограничимся случаем, когда модель, описывающая зависимости отсчетов от начала и от конца строк и столбцов совпадают. Зависимость отсчетов изображения от начала n -й строки и m -го столбца описывается выражениями:

$$X_n(k) = F^r X_n(k-1) + V^r(k), \quad k = \overline{1, N}; \quad (1)$$

$$X_m(l) = F^c X_m(l-1) + V^c(l), \quad l = \overline{1, M}, \quad (2)$$

где $X_n(k)$, $X_m(l)$ – векторы размерности Δ_1 , Δ_2 ; F^r , F^c — известные матрицы; $V^r(k) = (v^r(k) \ 0 \ \dots \ 0)^T$, $V^c(l) = (v^c(l) \ 0 \ \dots \ 0)^T$, $v^r(k)$, $v^c(l)$ — последовательность некоррелированных гауссовских случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями g^{r2} , g^{c2} .

Уравнения наблюдений, расположенных вдоль n -й строки и m -го столбца, которые аддитивно искажаются неоднородной помехой, имеют вид:

$$y_n(k) = H^r X_n(k) + \mu + q_{nj}(k) v^r(k), \quad k = \overline{1, N}; \quad (3)$$

$$y_m(l) = H^c X_m(l) + \mu + q_{md}(l) v^c(l), \quad l = \overline{1, M}, \quad (4)$$

где $y_n(k)$, $y_m(l)$ — доступные для обработки наблюдения; $H^r = (h^r \ 0 \ \dots \ 0)$, $H^c = (h^c \ 0 \ \dots \ 0)$; μ — среднее значение яркости изображения; $q_{nj}(k)$, $q_{md}(l)$, $j, d = \overline{1, L}$ – дискретные параметры, соответствующие среднеквадратическому отклонению (СКО) помехи, которые представляют собой простую цепь Маркова с матрицами вероятностей переходов Π_{ji}^r , Π_{ji}^c , $j, i = \overline{1, L}$; L — количество видов помех на изображении с различающимися параметрами; $v^r(k)$, $v^c(l)$ — некоррелированные

гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями.

Для вычисления апостериорных оценок адаптивным алгоритмом некаузальной двухэтапной фильтрации в точке (n, m) на втором этапе учитываются фильтровые оценки, вычисленные на первом этапе с помощью одномерного адаптивного алгоритма каузальной фильтрации при обработке наблюдений от начала n -й строки до точки (n, m) и экстраполированные оценки, вычисленные на первом этапе при обработке остальных наблюдений в n -й строке и m -м столбце.

Одномерный адаптивный алгоритм каузальной фильтрации от начала n -й строки описывается набором выражений [4]:

$$P(q_{nj}(k) | Y_n(k-1)) = \sum_{i=1}^L \Pi_{ji}^r P(q_{ni}(k-1) | Y_n(k-1)); \quad (5)$$

$$X_{nj}^{B*}(k) = F^r \sum_{i=1}^L \Pi_{ji}^r P(q_{nj}(k-1) | Y_n(k-1)) \hat{X}_{ni}^B(k-1) / P(q_{nj}(k) | Y_n(k-1)); \quad (6)$$

$$P_{nj}^{B*}(k) = \sum_{i=1}^L \Pi_{ji}^r P(q_{ni}(k-1) | Y_n(k-1)) \{ F^r \hat{P}_{ni}^B(k-1) F^{rT} + D^r + \quad (7)$$

$$+ (F^r \hat{X}_{ni}^B(k-1) - X_{nj}^{B*}(k)) (F^r \hat{X}_{ni}^B(k-1) - X_{nj}^{B*}(k))^T \} / P(q_{nj}(k) | Y_n(k-1));$$

$$\hat{X}_{nj}^B(k) = X_{nj}^{B*}(k) + K_{nj}^B(k) (y_n(k) - \mu - H^r X_{nj}^{B*}(k)); \quad (8)$$

$$K_{nj}^B(k) = P_{nj}^{B*}(k) H^{rT} (H^r P_{nj}^{B*}(k) H^{rT} + q_{nj}^2(k))^{-1}; \quad (9)$$

$$\hat{P}_{nj}^B(k) = P_{nj}^{B*}(k) - K_{nj}^B(k) H^r P_{nj}^{B*}(k); \quad (10)$$

$$P(q_{nj}(k) | Y_n(k)) = \frac{P(y_n(k) | q_{nj}(k), Y_n(k-1)) P(q_{nj}(k) | Y_n(k-1))}{P(y_n(k) | Y_n(k-1))}; \quad (11)$$

$$P(y_n(k) | q_{nj}(k), Y_n(k-1)) = N(H^r X_{nj}^{B*}(k) + \mu, H^r P_{nj}^{B*}(k) H^{rT} + q_{nj}^2(k)); \quad (12)$$

$$P(y_n(k) | Y_n(k-1)) = \sum_{i=1}^L P(y_n(k) | q_{ni}(k), Y_n(k-1)) P(q_{ni}(k) | Y_n(k-1)), \quad (13)$$

где $P(q_{nj}(k) | Y_n(k-1))$, $P(q_{nj}(k) | Y_n(k))$ — экстраполированная и апостериорная вероятности дискретного компонента $q_{nj}(k)$;

$Y_n(k) = (Y_{n1}, y_n(k)) = (y(n, 1), \dots, y(n, k))$; $X_{nj}^{B*}(k)$, $\hat{X}_{nj}^B(k)$ — векторы экстраполированных и апостериорных оценок; $P_{nj}^{B*}(k)$, $\hat{P}_{nj}^B(k)$ — корреляционные матрицы экстраполированных и апостериорных оценок; D^r — кор-

реляционная матрица вектора шума возбуждения $V^r(k)$; $K_{nj}^B(k)$ — коэффициент усиления фильтра. На основе рассчитанных $X_{nj}^{B*}(k)$ и $\hat{P}_{nj}^B(k)$ определяются $\hat{x}_{nj}^B(k)$ и $\hat{\sigma}_{nj}^{B*2}(k)$ как первый элемент и элемент (1,1) соответствующих вектора и матрицы.

С помощью выражений, аналогичных (5 – 13), вычисляются x_{nj}^{H*} , σ_{nj}^{H*2} при обработке наблюдений, расположенных от конца n -й строки, и x_{mj}^{B*} , σ_{mj}^{B*2} , x_{mj}^{H*} , σ_{mj}^{H*2} — при обработке наблюдений расположенных соответственно от начала и от конца m -го столбца.

Следуя методике, приведенной в [2], можно показать, что второй этап адаптивного алгоритма описывается с помощью выражений:

$$\tilde{\sigma}_j^2 = \sigma_{mj}^{B*2} - \frac{\sigma_{mj}^{B*4}}{\hat{\sigma}_{nj}^{B*2} + \sigma_{mj}^{B*2}}; \quad (14)$$

$$\tilde{x}_j = \hat{x}_{nj}^B + \frac{(x_{mj}^{B*} - \hat{x}_{nj}^B) \tilde{\sigma}_j^2}{\sigma_{mj}^{B*2}}; \quad (15)$$

$$\check{\sigma}_j^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\tilde{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}^2}; \quad (16)$$

$$\check{x}_j = \tilde{x}_j - \frac{(\bar{x} - \tilde{x}_j) \check{\sigma}_j^2}{\bar{\sigma}^2}; \quad (17)$$

$$\breve{\sigma}_j^2 = \sigma_{nj}^{H*2} - \frac{\sigma_{nj}^{H*4}}{\check{\sigma}_j^2 + \sigma_{nj}^{H*2}}; \quad (18)$$

$$\breve{x}_j = \check{x}_j + \frac{(x_{nj}^{H*} - \check{x}_j) \breve{\sigma}_j^2}{\sigma_{nj}^{H*2}}; \quad (19)$$

$$\sigma_j'^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\breve{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}^2}; \quad (20)$$

$$x_j' = \breve{x}_j - \frac{(\bar{x} - \breve{x}_j) \sigma_j'^2}{\bar{\sigma}^2}; \quad (21)$$

$$\sigma_j''^2 = \sigma_{mj}^{H*2} - \frac{\sigma_{mj}^{H*4}}{\sigma_j'^2 + \sigma_{mj}^{H*2}}; \quad (22)$$

$$x_j'' = x_j' + \frac{(x_{mj}^{H*} - x_j') \sigma_j''^2}{\sigma_{mj}^{H*2}}; \quad (23)$$

$$\ddot{\sigma}_j^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\sigma_j''^2 - \bar{\sigma}^2} \quad (24)$$

$$\ddot{x}_j = x_j'' - \frac{(\bar{x} - x_j'') \ddot{\sigma}_j^2}{\bar{\sigma}^2}, \quad (25)$$

где \ddot{x}_j , $\ddot{\sigma}_j^2$ — апостериорные оценки, вычисляемые на втором этапе; \bar{x} , $\bar{\sigma}^2$ — априорно известные математическое ожидание и дисперсия гауссовского случайного поля, которое описывает текстурное изображение.

Апостериорная вероятность вида помехи вычисляется следующим образом [2]:

$$C_{1j} = \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(x_{mj}^{B*} - \hat{x}_{nj}^B)^2}{\hat{\sigma}_{nj}^{B*2} + \sigma_{mj}^{B*2}} \right); \quad (26)$$

$$C_{2j} = \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(\bar{x} - \tilde{x}_j)^2}{\tilde{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}^2} \right); \quad (27)$$

$$C_{3j} = \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(x_{nj}^{H*} - \bar{x}_j)^2}{(\bar{\sigma}_j^2 + \sigma_{nj}^{H*2})} \right); \quad (28) \quad C_{4j} = \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(\bar{x} - \bar{\bar{x}}_j)^2}{(\bar{\sigma}_j^2 - \bar{\sigma}^2)} \right); \quad (29)$$

$$C_{5j} = \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(x_{mj}^{H*} - x'_j)^2}{(\sigma_{mj}^{H*2} + \sigma_j'^2)} \right); \quad (30) \quad C_{6j} = \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(\bar{x} - x'')^2}{(\sigma_j''^2 - \bar{\sigma}^2)} \right); \quad (31)$$

$$C_{7j} = \frac{\bar{\sigma}_j \bar{\sigma}^3}{\hat{\sigma}_{nj}^B \sigma_{mj}^{B*} \sigma_{nj}^{H*} \sigma_{mj}^{H*}}; \quad (32) \quad p'(q_j | Y) = C_{1j} C_{2j} C_{3j} C_{4j} \times$$

$$\times C_{5j} C_{6j} C_{7j} \frac{p(q_j | Y_{n1}, y)}{p^3(q_j)} \times \quad (33)$$

$$\times p(q_j | Y_{n2}) p(q_j | Y_{m1}) \times$$

$$\times p(q_j | Y_{m2}),$$

где $p(q_j | Y_{n1}, y)$ — апостериорная вероятность вида помехи, полученная на первом этапе при обработке изображения от начала n -й строки; $p(q_j | Y_{n2})$, $p(q_j | Y_{m1})$, $p(q_j | Y_{m2})$ — экстраполированные вероятности вида помехи, вычисленные на первом этапе при обработке наблюдений расположенных соответственно от конца n -й строки, а также от начала и от конца m -го столбца; $p'(q_j | Y)$ — ненормированная мера, по максимуму которой определяется вид помехи в обрабатываемой точке. Если необходимо вычислить точное значение апостериорной вероятности вида помехи $p(q_j | Y)$, необходимо выполнить нормировку [2]:

$$p(q_j | Y) = \frac{p'(q_j | Y)}{\sum_{i=1}^L p'(q_i | Y)}. \quad (34)$$

Адаптивный алгоритм некаузальной двухэтапной фильтрации реализуется в два этапа. На первом этапе с помощью одномерного адаптивного алгоритма фильтрации (5 – 13) выполняется обработка наблюдений вдоль строк и столбцов. С помощью выражений (14 – 25) на втором этапе вычисляются апостериорные оценки \bar{x}_j , $\bar{\sigma}_j^2$, а также используя выражения (26 – 34), рассчитывается апостериорная вероятность $p(q_j | Y)$, и по критерию максимума апостериорной вероятности определяется вид помехи в обрабатываемой точке.

Результаты экспериментальных исследований

Анализ адаптивного алгоритма выполнен на модельном примере с помощью статистического моделирования на ЭВМ. Изображение моделировалось как реализация гауссовского случайного поля с коэффициентами корреляции вдоль строк и столбцов $\rho^r = \rho^c = 0.95$, СКО $\bar{\sigma} = 0.31$, математическим ожиданием $\mu = 0.34$. СКО ошибки на участках с нормальными наблюдениями $\sigma_0 = 0.2$, а аномальными — $\sigma_0 = 0.8$, $L = 2$.

На рис.1 для одной строки изображения штриховой и непрерывной линиями показаны вычисленные методом Монте-Карло вероятности правильного распознавания вида наблюдения $P_{\text{пр}}^r$ и $\bar{P}_{\text{пр}}$, рассчитанные на первом и втором этапах адаптивного алгоритма, а пунктирной линией — область с аномальными наблюдениями. При переходе к участку с новым видом наблюдения, продолжительность переходных процессов на втором этапе в 2 – 3.5 раза меньше по сравнению с первым.

На рис. 2 для одной строки изображения жирной непрерывной и жирной пунктирной линиями показаны СКО фактической ошибки оценки $\hat{\sigma}_\varepsilon$, вычисленное методом Монте-Карло, и СКО ошибки оценки $\hat{\sigma}$, рассчитанное однородным двухэтапным фильтром [1]. Тонкой непрерывной и тонкой пунктирной линиями показаны СКО фактической ошибки оценки $\ddot{\sigma}_\varepsilon$, вычисленное методом Монте-Карло, и СКО ошибки оценки $\ddot{\sigma}$, рассчитанное адаптивным двухэтапным фильтром.

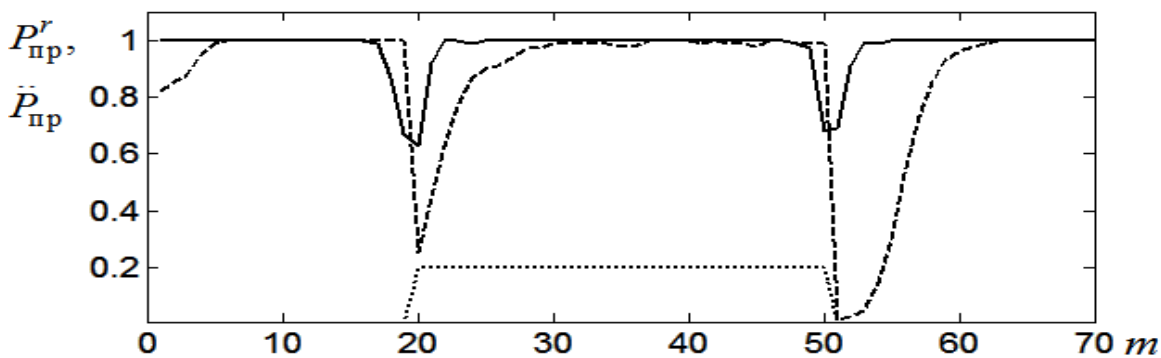


Рис.1. Вероятность правильного обнаружения вида наблюдения

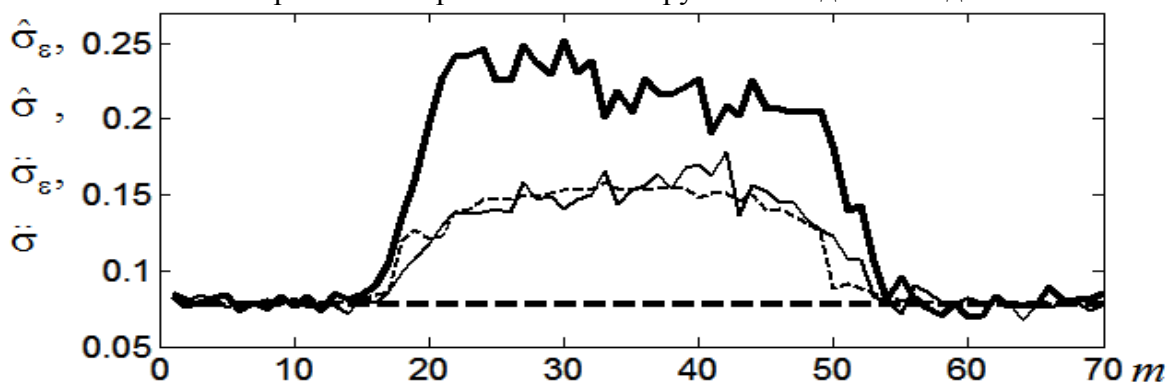


Рис.2. СКО ошибки оценки

Анализ зависимостей на рис.2 показывает, что на участках с аномальной помехой однородный фильтр является расходящимся. Для адаптивного фильтра зависимости $\hat{\sigma}_\varepsilon$ и $\hat{\sigma}$ хорошо согласуются между собой, при этом СКО ошибки оценки уменьшается на 60–80% по сравнению с СКО ошибки наблюдения.

Выводы

В разработанном адаптивном алгоритме некаузальной двухэтапной фильтрации изображений при наличии наблюдений с аномальными ошибками на первом этапе с помощью одномерного адаптивного алгоритма фильтрации (5 – 13) выполняется обработка наблюдений вдоль строк и столбцов. С помощью выражений (14 – 25) на втором этапе вычисляются апостериорные оценки \hat{x}_j , $\hat{\sigma}_j^2$, а с использованием выражений (26 – 34), рассчитывается апостериорная вероятность $p(q_j|Y)$, вида помехи в обрабатываемой точке.

Для рассмотренного примера при переходе к участку с новым видом наблюдения, продолжительность переходных процессов распознавания на втором этапе в 2 – 3.5 раза меньше по сравнению с первым, а СКО ошибки оценки уменьшается на 60 – 80% по сравнению с СКО ошибки наблюдения. При этом однородный фильтр, не учитывающий наличия аномальных измерений, является расходящимся.

Литература

1. Грузман И. С. Двухэтапная фильтрация изображений на основе использования ограниченных данных / И. С. Грузман, В. И. Микерин, А. А. Спектор // Радиотехника и электроника. — 1995. — №5. — С. 817—822.
2. Вишневый С. В. Двухэтапная совместная некаузальная фильтрация и сегментация неоднородных изображений / С. В. Вишневый, С. Я. Жук // Радиоэлектроника. — 2011. — Т.54. — №10 — С. 37—47.
3. Прикладная теория случайных процессов и полей / [К. К. Васильев, Я. П. Драган, В. А. Казаков, и др.]; под ред. К. К. Васильева, В. А. Омельченко. — Ульяновск, 1995. — 256с.
4. Жук С. Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой: монография / С. Я. Жук. — К. : НТУУ КПИ, 2008. — 232с.

References

1. Hruzman I. S., Mikerin V. I., Spektor A. A. Dvukhetapnaia filtratsiia na osnove ispolzovaniia ogranichenykh dannukh. Radiotekhnika i elektronika, 1995, №5, pp. 817–822.
2. Vyshnevyyi S. V., Zhuk S. Ya. Dvukhetapnaia sovместnaia nekauzalnaia filtratsiia i segmentatsia neodnorodnykh izobrazhenii. Radioelektronika, 2011, vol.54, №10, pp. 37–47.
3. K. K. Vasiliev, Ya. P. Dragan, V. A. Kazakov i dr. Prikladnaia teoriia sluchainykh protsessov i polei. Ulianovsk, 1995, 256 p.
4. Zhuk S. Ya. Metody optimizatsii diskretnukh dinamicheskikh system so sluchainoi strukturoi: monografiia. K. : NTUU KPI, 2008, 232 p.

Вишневий С. В., Жук С. Я., Павлюченкова А. М. **Некаузальна двоетапна фільтрація зображень при наявності спостережень із аномальними похибками.** Розроблено адаптивний алгоритм некаузальної двоетапної фільтрації зображень при наявності областей із аномальними похибками спостережень, на першому етапі якого за допомогою одномірного адаптивного алгоритму каузальної фільтрації виконується обробка спостережень незалежно вздовж рядків та стовбців. На другому етапі виконується об'єднання отриманих даних і розраховуються апостеріорні оцінки. Аналіз адаптивного алгоритму некаузальної двоетапної фільтрації виконаний на модельному прикладі за допомогою статистичного моделювання на ЕОМ.

Ключові слова: адаптивний алгоритм фільтрації, некаузальна двоетапна фільтрація зображення, спостереження із аномальними похибками.

Вишневыи С. В., Жук С. Я., Павлюченкова А. Н. **Некаузальная двухэтапная фильтрация изображений при наличии наблюдений с аномальными ошибками.** Разработан адаптивный алгоритм некаузальной двухэтапной фильтрации изображений при наличии областей с аномальными ошибками наблюдений, на первом этапе которого с помощью одномерного адаптивного алгоритма каузальной фильтрации выполняется обработка наблюдений независимо вдоль строк и столбцов. На втором этапе производится объединение полученных данных и вычисляются апостериорные оценки. Анализ адаптивного алгоритма некаузальной двухэтапной фильтрации выполнен на модельном примере с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Ключевые слова: адаптивный алгоритм, некаузальная двухэтапная фильтрации изображения, наблюдения с аномальными ошибками.

Vishnevyyi S. V., Zhuk S. Ya., Pavliuchenkova A. N. **Noncausal two-stage image filtration at presence of observations with anomalous errors.**

Introduction. It is necessary to develop adaptive algorithms, which allow to detect such regions and to apply filter with respective parameters for suppression of anomalous noises for the purposes of image filtration, which consist of regions with anomalous errors.

Development of adaptive algorithm for non-causal two-stage images filtration at presence of observations with anomalous errors. The adaptive algorithm for noncausal two-stage filtration is developed. On the first stage the adaptive one-dimensional algorithm for causal filtration is used for independent processing along rows and columns of image. On the second stage the obtained data are united and a posteriori estimations are calculated.

Results of experimental investigations. The developed adaptive algorithm for noncausal images filtration at presence of observations with anomalous errors is investigated on the model sample by means of statistical modeling on PC. The image is modeled as a realization of Gaussian-Markov random field. The modeled image is corrupted with uncorrelated Gaussian noise. Regions of image with anomalous errors are corrupted with uncorrelated Gaussian noise which has higher power than normal noise on the rest part of the image.

Conclusions. The analysis of adaptive algorithm for noncausal two-stage filtration is done. The characteristics of accuracy of computed estimations are shown. The comparisons of first stage and second stage of the developed adaptive algorithm are done. Adaptive algorithm is compared with known uniform two-stage algorithm of image filtration. According to the obtained results the uniform algorithm does not suppress anomalous noise meanwhile the adaptive algorithm shows good results.

Keywords: adaptive algorithm for filtration, noncausal two-stage filtration, observations at presence of anomalous errors.